ЕГЭ-2017
ФИЗИКА
Решение задач части 2

В.А.Грибов

Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва

Обратите внимание
на Кодификатор
и на приведённые в нём формулы.
www.fipi.ru

Требования к оформлению задач 28 – 31

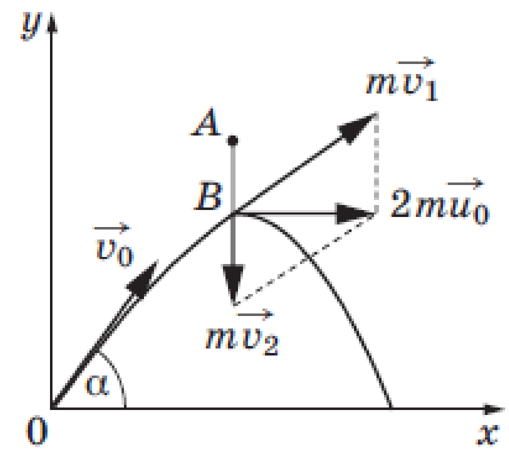
I) Записаны положения теории и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом.
II) Описаны все вновь вводимые в решение буквенные обозначения физических величин (*за исключением обозначений констант, указанных в варианте КИМ, обозначений величин, используемых в условии задачи, и стандартных обозначений величин, используемых при написании физических законов*).
III) Проведены необходимые математические преобразования и расчёты, приводящие к правильному числовому ответу (допускается решение «по частям» с промежуточными вычислениями).
IV) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.

Стандартными считаются обозначения, принятые в кодификаторе.

Задача 1.

Пластилиновый шарик в момент $t = 0$ бросают с горизонтальной поверхности Земли с начальной скоростью $\vec{v}_0$ под углом α к горизонту. Одновременно с некоторой высоты над поверхностью Земли начинает падать из состояния покоя другой такой же шарик. Шарики абсолютно неупруго сталкиваются в воздухе. Сразу после столкновения скорость шариков направлена горизонтально. В какой момент времени τ шарики упадут на Землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Возможное решение



1. Первый шарик начинает движение из начала координат, а второй из точки A. До и после столкновения (в точке B) шарики свободно падают. Поэтому до столкновения для первого шарика

$$y_1(t) = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2},$$

$$v_{1y}(t) = v_0\sin\alpha - gt,$$

а для второго шарика

$$v_{2y}(t) = -gt.$$

2. Шарики сталкиваются в момент t_1, при этом импульс системы двух шариков сохраняется: $m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 2m\vec{u}_0$, а скорость $\vec{u}_0$ шариков после удара согласно условию горизонтальна. Поэтому $v_{1y}(t_1) + v_{2y}(t_1) = 0$, или $(v_0\sin\alpha - gt_1) + (-gt_1) = 0$, откуда $t_1 = \frac{v_0\sin\alpha}{2g}$.

3. Столкновение шариков происходит на высоте

$$h = y_1(t_1) = v_0\sin\alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g} - \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{8g} = \frac{3}{8}\cdot\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}.$$

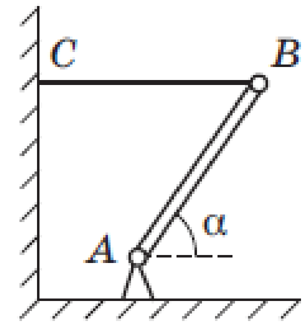
4. Поскольку скорость $\vec{u}_0$ шариков после удара горизонтальна, интервал времени t_2 от столкновения шариков до их падения на землю находится из условия $h = \frac{gt_2^2}{2}$, откуда $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{3} \cdot \frac{v_0 \sin\alpha}{2g}$.

5. Шарики упадут на Землю в момент $\tau = t_1 + t_2 = \frac{v_0 \sin\alpha}{2g} \cdot \left(1 + \sqrt{3}\right)$.

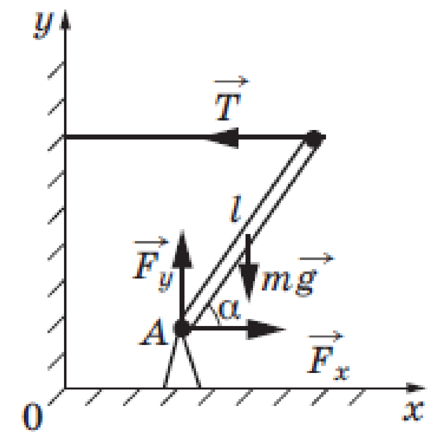
Ответ: $\tau = \frac{v_0 \sin\alpha}{2g}\left(1 + \sqrt{3}\right)$.

Задача 2.

Тонкий однородный стержень AB шарнирно закреплён в точке A и удерживается горизонтальной нитью BC (см. рисунок). Трение в шарнире пренебрежимо мало́. Масса стержня $m = 1$ кг, угол его наклона к горизонту $\alpha = 45°$. Найдите модуль силы $\vec{F}$, действующей на стержень со стороны шарнира. Сделайте рисунок, на котором укажите все силы, действующие на стержень.



Возможное решение



1. Изобразим на рисунке силы, действующие на стержень, и систему координат Oxy.

Здесь $\vec{T}$ — сила натяжения нити, $m\vec{g}$ — сила тяжести, $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ — вертикальная и горизонтальная составляющие силы, действующей на стержень со стороны шарнира.

2. В положении равновесия равны нулю сумма моментов сил, действующих на стержень, относительно оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости рисунка, сумма горизонтальных и сумма вертикальных составляющих сил, действующих на стержень:

$$mg \cdot \frac{l}{2}\cos\alpha - T \cdot l\sin\alpha = 0, \text{ где } l \text{ — длина стержня.} \quad (1)$$

$$F_x - T = 0; \quad (2)$$

$$F_y - mg = 0. \quad (3)$$

3. Модуль силы реакции шарнира $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{T^2 + (mg)^2}$.

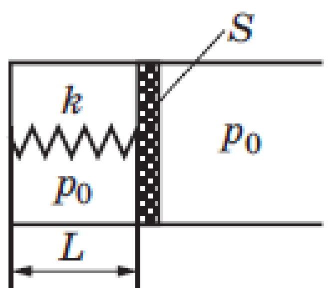
Из (1) получим $T = \frac{mg}{2}\operatorname{ctg}\alpha$. Окончательно

$$F = mg\sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{2}\right)^2} = 1 \cdot 10 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \approx 11{,}2 \text{ Н.}$$

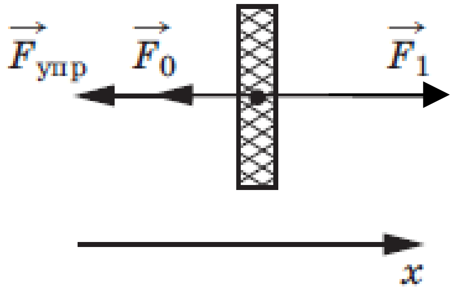
Ответ: $F \approx 11{,}2$ Н.

Задача 3.

В горизонтальном цилиндре с гладкими стенками под массивным поршнем с площадью S находится одноатомный идеальный газ. Поршень соединён с основанием цилиндра пружиной с жёсткостью k. В начальном состоянии расстояние между поршнем и основанием цилиндра равно L, а давление газа в цилиндре равно внешнему атмосферному давлению p_0 (см. рисунок). Какое количество теплоты Q передано затем газу, если в результате поршень медленно переместился вправо на расстояние b?



Возможное решение

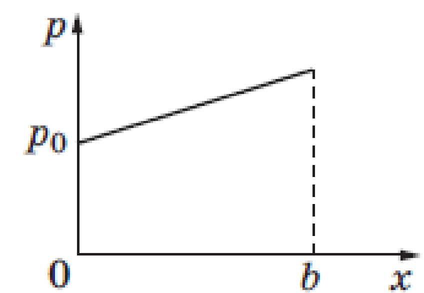


1. Систему отсчёта, связанную с Землёй, будем считать инерциальной. В процессе медленного движения поршня его ускорение считаем ничтожно малым. Поэтому сумма приложенных к поршню сил при его движении равна нулю.

В проекциях на горизонтальную ось x получаем:

$$F_1 - F_0 - F_{упр} = 0,$$

где F_0 – сила давления атмосферы на поршень, F_1 – сила давления газа в цилиндре на поршень, $F_{упр}$ – упругая сила, действующая на поршень со стороны пружины.



2. Из равенства давлений слева и справа от поршня в начальном состоянии и гладкости стенок следует, что в начальном состоянии пружина недеформирована. Поэтому при смещении поршня вправо от начального положения на величину x модуль упругой силы $F_{упр} = kx$. Тогда

$$F_1 = p(x)S = F_0 + F_{упр} = p_0S + kx$$

и давление в цилиндре при смещении поршня вправо от начального положения на величину x равно $p(x) = p_0 + \dfrac{kx}{S}$ (см. график на рисунке 2).

3. Из модели одноатомного идеального газа $\begin{cases} pV = \nu RT, \\ U = \frac{3}{2}\nu RT \end{cases}$ следует: $U = \frac{3}{2}pV$.

Внутренняя энергия газа в исходном состоянии равна $U_1 = \frac{3}{2}p_0SL$, а в конечном состоянии $U_2 = \frac{3}{2}p(b)\cdot S(L+b) = \frac{3}{2}\left(p_0 + \frac{kb}{S}\right)S(L+b)$.

4. Из первого начала термодинамики получаем: $Q = U_2 - U_1 + A_{12}$.

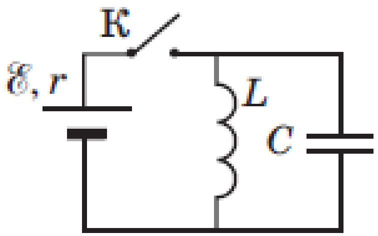
Работа газа A_{12} при сдвиге поршня из начального в конечное состояние равна произведению величины S и площади трапеции под графиком $p(x)$ на рис. 2: $A_{12} = \frac{1}{2}[p(0) + p(b)]Sb = \left(p_0S + \frac{kb}{2}\right)b$. Подставляя в выражение для Q значения U_1, U_2 и A_{12}, получим:

$$Q = \frac{3}{2}(p_0S + kb)(L+b) - \frac{3}{2}p_0SL + \left(p_0S + \frac{kb}{2}\right)b = \frac{3}{2}kbL + \frac{5}{2}p_0Sb + 2kb^2.$$

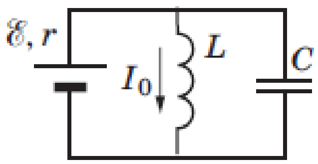
Ответ: $Q = \frac{3}{2}kbL + \frac{5}{2}p_0Sb + 2kb^2$.

Задача 4.

В электрической цепи, показанной на рисунке, ключ К длительное время замкнут, $\mathcal{E} = 6$ В, $r = 2$ Ом, $L = 1$ мГн. В момент $t = 0$ ключ К размыкают. Амплитуда напряжения на конденсаторе в ходе возникших в контуре электромагнитных колебаний равна ЭДС источника. В какой момент времени напряжение на конденсаторе в первый раз достигнет значения $\mathcal{E}$? Сопротивлением проводов и активным сопротивлением катушки индуктивности пренебречь.



Возможное решение



1. Непосредственно перед размыканием ключа К ток через конденсатор равен нулю, по катушке течёт ток $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{r}$, напряжение U_{0c} на конденсаторе равно напряжению на катушке, поэтому $U_{0c} = 0$.

2. После размыкания ключа К в контуре возникают гармонические колебания напряжения между обкладками конденсатора и тока в контуре. В частности, благодаря начальному условию $U_{0c} = 0$ потенциал верхней обкладки конденсатора относительно нижней $U(t) = -U_{max}\sin\omega t$, где $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — циклическая частота колебаний. (Знак «−» в формуле связан с тем, что сразу после размыкания ключа К ток приносит положительный заряд на нижнюю обкладку конденсатора.)

3. Энергия электромагнитных колебаний в контуре сохраняется:

$$\frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{CU_{max}^2}{2},$$

откуда получаем: $U_{max} = I_0\sqrt{\frac{L}{C}}$. Учитывая, что $U_{max} = \mathcal{E}$, $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{r}$, получим: $C = \frac{L}{r^2}$.

4. Период колебаний в контуре: $T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\frac{L}{r}$. Судя по зависимости $U(t) = -U_{max}\sin\omega t$, наименьшим положительным корнем уравнения $|U(t)| = \mathcal{E}$ (т.е. уравнения $|\mathcal{E}\sin\omega t| = \mathcal{E}$) является

$$\tau = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{L}{r} = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{10^{-3}}{2} \approx 0{,}785\cdot 10^{-3}\text{с}.$$

Ответ: $\tau \approx 0{,}785$ мс.

Задача 5.

Электрическая цепь состоит из источника тока и реостата. ЭДС источника $\mathcal{E} = 6$ В. Максимальная мощность тока P_{max}, выделяемая на реостате, достигается при промежуточном значении его сопротивления и равна 4,5 Вт. Чему равно внутреннее сопротивление источника?

Возможное решение

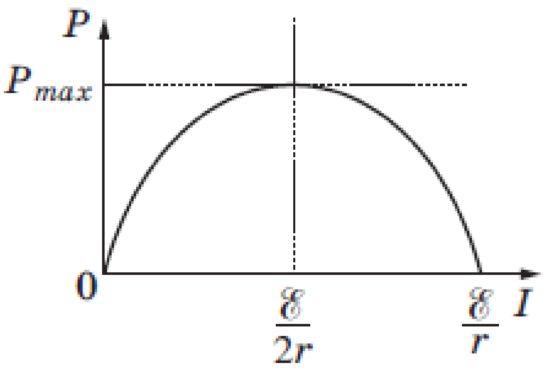
Мощность, выделяемая на реостате, $P = IU = I(\mathcal{E} - Ir)$. График $P(I)$ — парабола ветвями вниз.

Корни уравнения $I(\mathcal{E} - Ir) = 0 : I_1 = 0; I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r}$.

Поэтому максимум функции $P(I)$ достигается при $I = \frac{\mathcal{E}}{2r}$

и равен $P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = 4{,}5$ Вт. Отсюда: $r = \frac{\mathcal{E}^2}{4P_{max}} = 2$ Ом.

Ответ: $r = 2$ Ом.



Задача 6.

π^0-Мезон массой $2,4 \cdot 10^{-28}$ кг распадается на два γ-кванта. Найдите модуль импульса одного из образовавшихся γ-квантов в системе отсчета, где первичный π^0-мезон покоится.

Возможное решение.

Согласно закону сохранения импульса, фотоны от распада покоящегося π^0-мезона разлетаются в противоположные стороны с равными по величине импульсами: $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = p$. Энергия каждого фотона связана с величиной его импульса соотношением $E = pc$.

Согласно релятивистскому закону сохранения энергии, в распаде $mc^2 = 2pc$.

Следовательно, $|p| = mc/2$.

Ответ: $p = \dfrac{mc}{2} = 3,6 \cdot 10^{-20}$ кг · м/с.

Спасибо за внимание!